Marktkonsistente Bewertung von Versicherungs-beständen

ERGO

Ingo Kraus

Forum V, 21.10.2025

Agenda

ERGO

1 Regulierung und Mathematik

2 Leakage

3 Leakage in der Asset Modellierung

4 EIOPA-Kurve und Marktkonsistenz

5 Kapitalanlagekosten

Agenda

ERGO

1 Regulierung und Mathematik

2 Leakage

3 Leakage in der Asset Modellierung

4 EIOPA-Kurve und Marktkonsistenz

5 Kapitalanlagekosten

Regulatorischer Rahmen

ERGO

For Solvency II, the valuation (of insurance liabilities) is required to be *market consistent* and *no-arbitrage*. Moreover, the discount curve is predescribed ("*EIOPA-curve*").

SII-Directive, Article 76.3

The calculation of technical provisions shall make use of and be consistent with information provided by the financial markets and generally available data on underwriting risks (*market consistency*).

SII Delegated Acts, Article 22.3

Insurance and reinsurance undertakings shall set assumptions on future financial market parameters or scenarios that are appropriate and consistent with Article 75 of Directive 2009/138/EC. Where insurance and reinsurance undertakings use a model to produce projections of future financial market parameters, it shall comply with all of the following requirements:

(a) it generates asset prices that are consistent with asset prices observed in financial markets

(b) it assumes *no arbitrage* opportunity

(c) the calibration of the parameters and scenarios is consistent with the *relevant risk-free interest rate term structure* used to calculate the best estimate as referred to in Article 77(2) of Directive 2009/138/EC

Finanzmathematik – Preise als Erwartungswerte

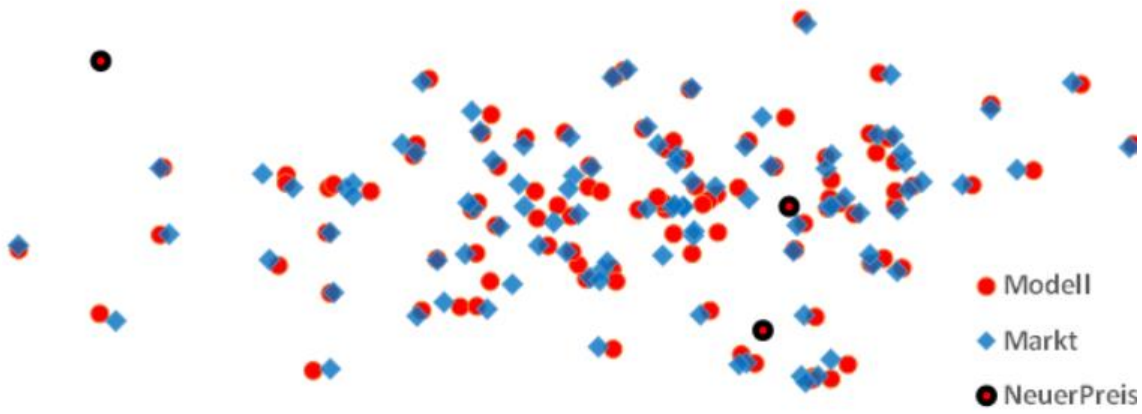
ERGO

No-arbitrage market models allow *expected value pricing*

- There is a measure under which prices can be reconstructed as *expected values* of *risk free discounted* cashflows
  - The notion of “risk free” is a key element in the model
  - The existence of such a measure is a wow-result in financial mathematics
- This measure is a martingale measure, in practice also called *risk neutral* measure
- Prices derived as such expected values under a martingale measure are also called *martingale prices*

This technique allows to extend the no-arbitrage market model to new financial instruments *preserving no-arbitrage*

- In case the market model is *market consistent*, the extended market model can also be regarded as market consistent



Exkurs – endliche Finanzmathematik

ERGO

- **Endlicher Maßraum**: habe endlich viele Ereignisse („mögliche Zustände") $e_1, \ldots, e_n$ mit (strikt positiven) Wahrscheinlichkeiten („Gewichten") $w_1, \ldots, w_n$
- **Diskontstruktur**: Wir betrachten nur eine Periode mit Diskontfaktoren $d_1, \ldots, d_n$
- **Instrumente**: Wir betrachten das durch den (stochastischen) cashflow $cf_1, \ldots, cf_n$ gegebene Instrument I
- **Martingalpreis**: der Erwartungswert des diskontierten (stochastischen) cashflows $cf_1, \ldots, cf_n$ ist das **gewichtete Mittel** der diskontierten CF („DCF")

$$\sum w_i \cdot d_i \cdot cf_i$$

- Beachte: der Preis ist invariant unter Maßänderungen, solange sich die Diskontfaktoren entsprechend ändern
  - $\sum w_i \cdot (d_i \cdot cf_i) = \sum (w_i \cdot d_i) \cdot cf_i$, d.h. die Produkte $w_i \cdot d_i$ müssen invariant bleiben unter einem **Maßwechsel**

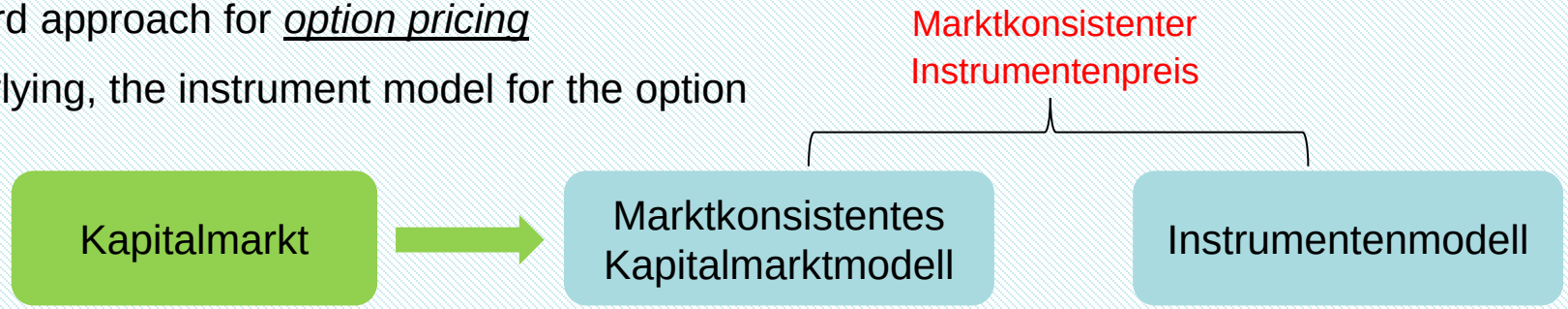
Dies zeigt die enge Verwandtschaft von Maß und Diskontprozess für die Preisbildung

Praktische Umsetzung des Martingal-Pricing

ERGO

Martingale pricing is implemented numerically by *Monte-Carlo pricing*

- Cashflows of instruments to be valued are calculated on some sample under the martingale measure of capital market projections (*market consistent scenario*)
  - The cashflow process to be valued has to be a *measurable function* on the market model
- The *average* of the “pathwise” accumulated DCF over the market consistent scenario is an *estimation* of the expected value, i.e. of the theoretical instrument price
  - The estimation error is called *Monte-Carlo error*
- In (insurance) practice, the cashflow is implemented in a separate *instrument model*, as different information and modelling features are required
- Monte-Carlo pricing is the standard approach for *option pricing*
  - The market model for the underlying, the instrument model for the option



Anwendung in der Versicherung

ERGO

Instrumentenmodell = aktuarielles Projektionstool

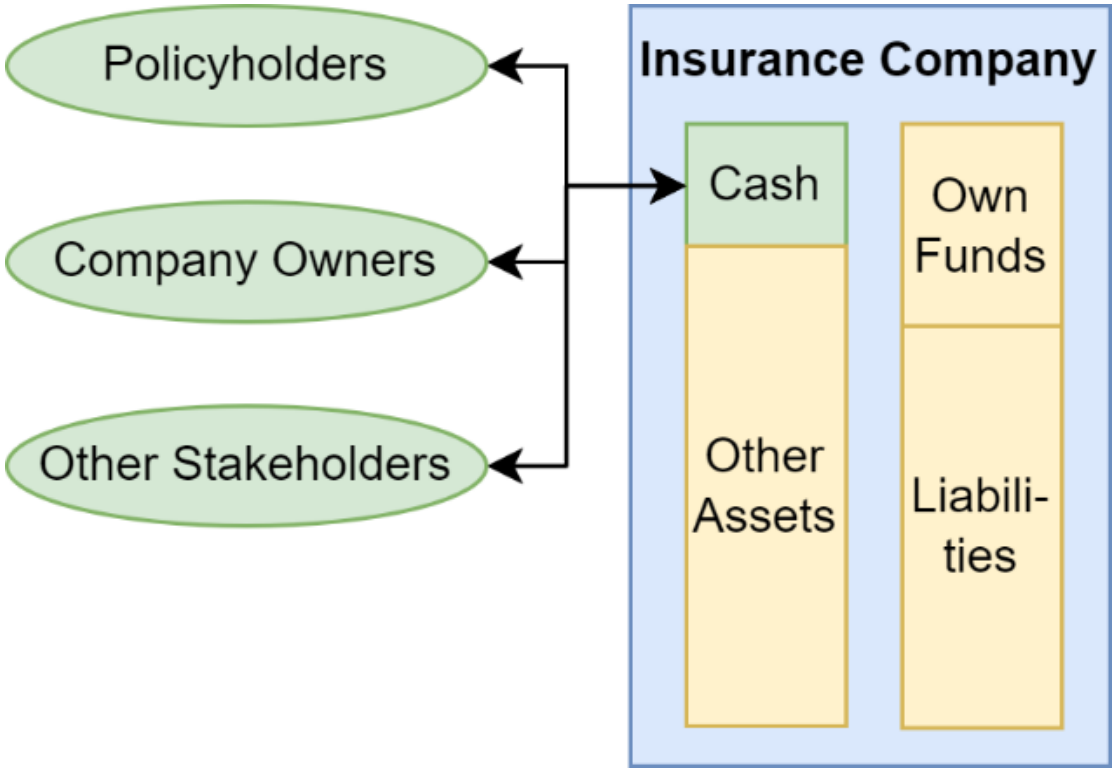
- Generiert *Cashflows*, die das Instrument repräsentieren

Normalfall Sachgeschäft

- Es werden nur die Verbindlichkeiten modelliert
- Für die Bewertung reicht eine *deterministische* Projektion

Normallfall Leben / Gesundheit

- Es wird die Gesamtbilanz modelliert
- Eine *stochastische* Projektion ist erforderlich aufgrund der eingebetteten (Finanz-) Optionen
- ERGO Terminologie: stochastisches Unternehmensmodell (*SUM*)



Agenda

ERGO

1 Regulierung und Mathematik

2 Leakage

3 Leakage in der Asset Modellierung

4 EIOPA-Kurve und Marktkonsistenz

5 Kapitalanlagekosten

Strategien und replizierbare Instrumente

ERGO

- Eine *Strategie* ist ein Umschichtungsalgorithmus auf den im Marktmodell bzw. Assetmodell vorhandenen Assetklassen
  - Wir erlauben externe CF, also erzeugt eine Strategie einen CF Prozess, d.h. ein Instrument
  - So darstellbare Instrumente sind *replizierbare Instrumente*
  - Wir nehmen der Einfachheit an, dass alle Strategien „vollausschüttend“ sind
- Unter dem Martingalmaß des Marktmodells sind alle Strategien (diskontiert) ebenfalls Martingale
  - Dies ist ein weniger tiefliegendes Resultat der Finanzmathematik
  - Insbesondere gilt

Erwartungswert(DCF der Strategie) = Wert des Startportfolios

- Mit anderen Worten ist für jedes replizierbare Instrument der Preis bereits bekannt

Portfoliomodelle

ERGO

Wir abstrahieren das SUM / spezialisieren ein Instrumentenmodell zum *Portfoliomodell* (private Terminologie):

- Assetportfolio mit Strategie und externen CF an nur einen „Stakeholder“

Notation: für ein Instrument I sei I*(t) das Instrument

- Instrumentenzahlungen gemäß I bis zu Zeit t
- Komplette Auszahlung des restlichen Marktwerts zu Zeitpunkt t

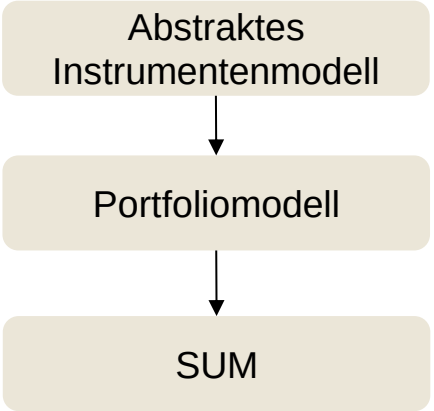
Dann gilt *für jedes <u>replizierbare</u> I und jedes t*:

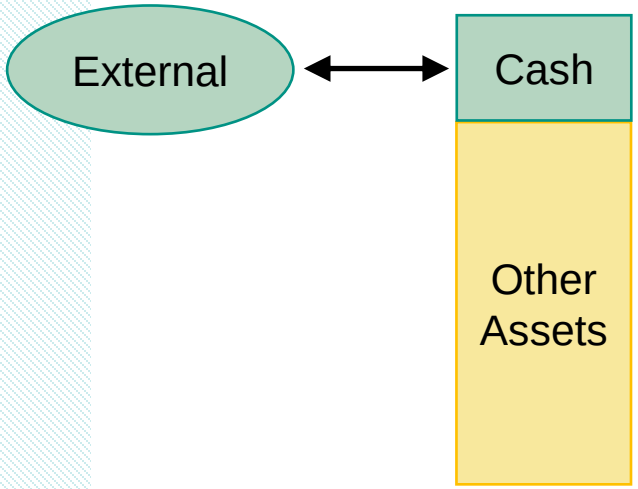
Erwartungswert(DCF(I*(t)) = Wert des Startportfolios

Übersetzt in den Modellierungskontext:

Monte-Carlo Preis(I*(t)) + mce = Wert des Startportfolios

- mce = Monte-Carlo Fehler



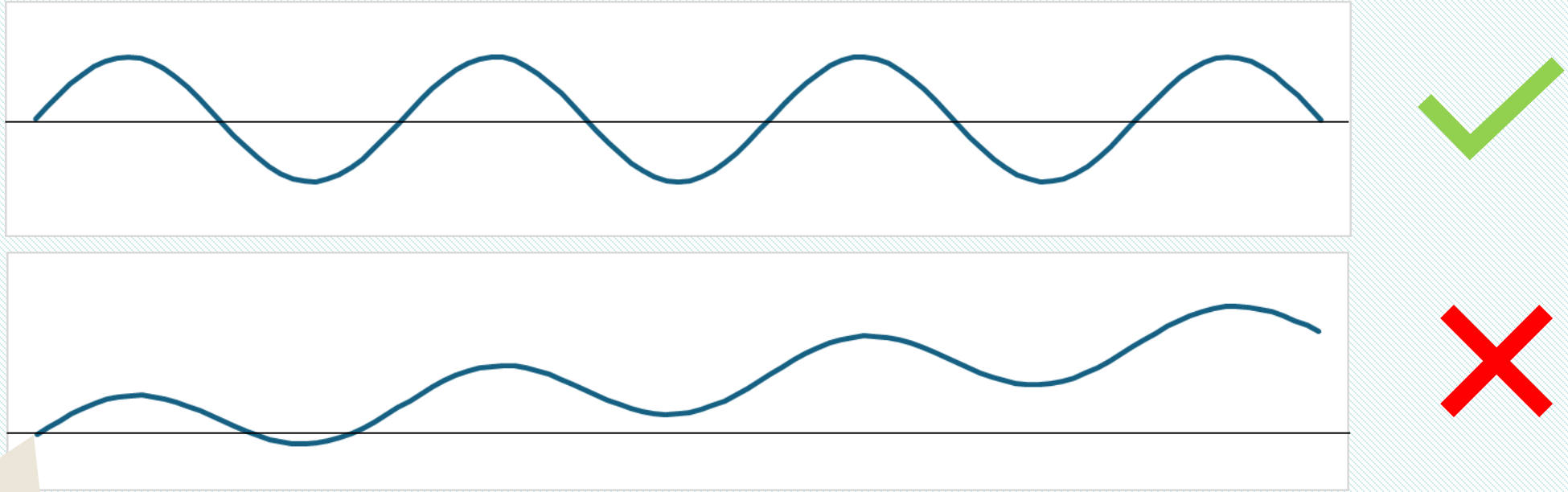


Leakage in Portfoliomodellen

ERGO

Leakage(t) := Monte-Carlo Preis(I*(t)) – Wert des Startportfolios

Die Finanzmathematik sagt, dass Leakage(t) „klein und unsystematisch“ ist - *falls* alles sauber implementiert ist. So wird der *Leakage Test* zu einer Überprüfung der Modellqualität!



Beachte: Leakage(0) = 0 per Definition

Leakage prüft Konsistenz zwischen CF und Preisen

ERGO

Leakage(t) kann umgeschrieben werden als Differenz von zwei Blöcken

Hängt an den modellierten (externen) CF

M-C Preis (**Instrumenten-zahlungen** bis zu Zeit t)

Portfolio **Startwert**

abzüglich

M-C Preis (Auszahlung des Portfolio **Restwerts** zu Zeit t)

Hängt an den modellierten Asset-Werten

Der Leakage Test ist ein Test auf Konsistenz zwischen modellierten externen CF und Asset-(Markt)Werten

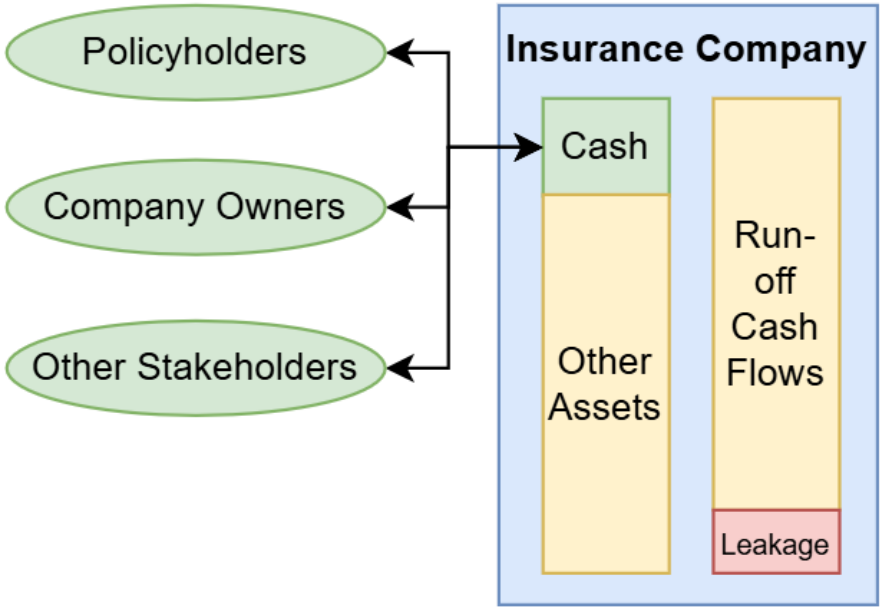
Modell Leakage

- Programmierfehler
- Kalibrierungsfehler (Assets)
- Methodenfehler (Asset Kalibrierung)

Leakage im Versicherungskontext

ERGO

- Das SUM ist ein spezielles *Portfoliomodell*
  - Jede Kombination aus Annahmen, Managementregeln etc. repräsentieren eine *Strategie*
- Anders als im Portfoliomodell gibt es *verschiedene* Stakeholder (Gegenparteien für externe CF)
- Die externen CF für einen Stakeholder stellen jeweils ein *Instrument* dar, welches in der Regel *nicht replizierbar* ist
  - Deshalb wird es per Monte-Carlo bewertet
- Nur für die Summe aller externen CF (die Summe dieser Instrumente) ist ein *replizierbares Instrument*
  - Leakage kann nur auf Ebene der „total CF“ getestet werden



Agenda

ERGO

1 Regulierung und Mathematik

2 Leakage

3 Leakage in der Asset Modellierung

4 EIOPA-Kurve und Marktkonsistenz

5 Kapitalanlagekosten

Das Assetmodell als Portfoliomodell

ERGO

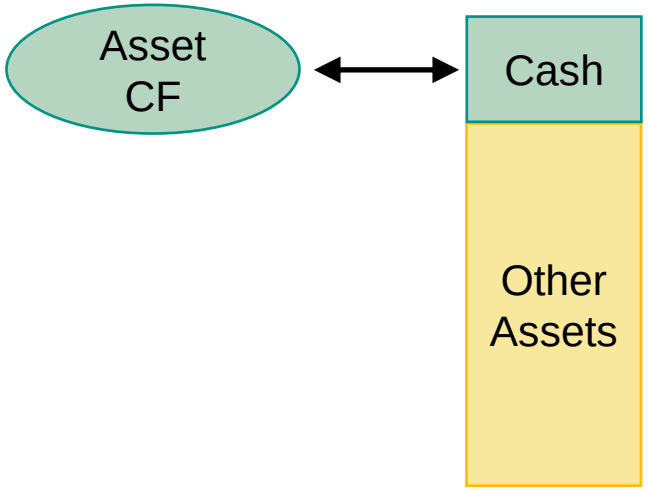
Wir betrachten das SUM-Assetmodell als spezielles Portfoliomodell und wenden die Überlegungen von oben darauf an

- Zahlungsstrategie = AO-RunOff (Asset Only Run-Off)
  - Jeder Asset-CF ist eine *externe* Auszahlung
    - Anleihekupons, Aktiendividenden, …
    - Anleihetilgungen / Abläufe
  - Beachte: im Gesamtmodell sind Asset-CF *keine externen* CF!

Dann muss wieder für *jedes t* gelten:

Monte-Carlo Preis(AO-RunOff*(t)) + mce = Startwert Assets

- Damit können wir die Asset-Modellierungskonsistenz sehr gut prüfen, insbesondere auf
  - Kalibrierungsfehler
  - Methodenfehler



Beispiel einer Anleihe

ERGO

Eine Anleihe im Bestand hat

- Nominal 100
- 10 Jahre Restlaufzeit
- Jährliche Kuponzahlung von 2%
- Der risikofreie Zins ist flach 0%

Was ist der Monte-Carlo Preis dieser Anleihe?

Beispiel einer Anleihe

ERGO

Eine Anleihe im Bestand hat

- Nominal 100
- 10 Jahre Restlaufzeit
- Jährliche Kuponzahlung von 2%
- Der risikofreie Zins ist flach 0%

- Deterministische Betrachtung reicht, da keine „Asymmetrie“
- Also Monte-Carlo Preis = Barwert der Anleihe-CF
- Barwert = Summe, da Zins = 0
- Summe = $\underbrace{2+\ldots2}_{\text{10 mal}}+100 = 120$

Was ist der Monte-Carlo Preis dieser Anleihe?

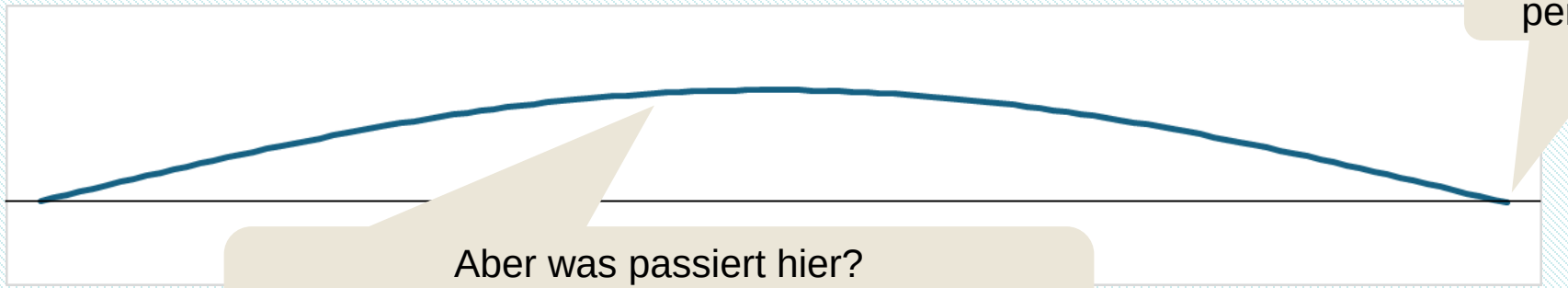
120

- Der Preis der Anleihe gemäß Bestandssystem ist **110**
  - Wie kann das sein?

Kalibrierung des Monte-Carlo Preises

ERGO

- Preis Kalibrierung im Modell
  - Der **Modellpreis** wird durch geeignete Parameter in der analytischen Preisformel kalibriert
- **Monte-Carlo Preis** Kalibrierung im Modell
  - Der Monte Carlo Preis kann nur über eine *Adjustierung der CF* kalibriert werden
- Wenn Monte-Carlo Preis = Modellpreis, dann ist Leakage(end) = 0
  - Dabei ist end der Zeitpunkt, an dem der Bond abgelaufen ist



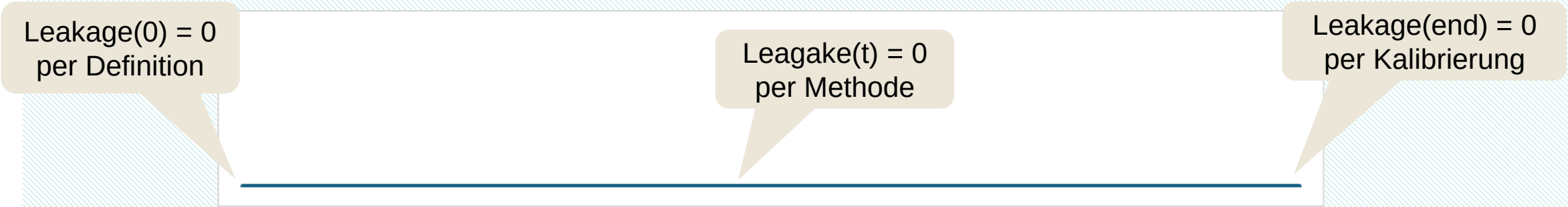
Leakage(end) = 0
per Kalibrierung

Aber was passiert hier?
Da wir deterministisch arbeiten ist mce = 0
Das ist *methodischer* Leakage!

Kalibrierung des Monte-Carlo Preises reicht nicht

ERGO

- Um gar keinen Leakage zu haben, müssten die CF so kalibriert werden, dass zu keinem t Leakage entsteht
- Das verlangt theoretisch eine Kalibrierung jedes einzelnen CF
  - Das wäre eine komplette Kurve von Parametern – sowas ist operativ nicht angesagt
- Zum Glück gibt es eine (eindeutige) *Methode*, so dass eine einzige Kalibrierung ausreicht
  - Stichwort „multiplikative Spreads und Defaults“



- Fazit: mit der richtigen Methode können wir Asset-Modell Leakage komplett eliminieren
  - Das gilt leider nur für Anleihen, bei Optionen ist es komplizierter

Agenda

ERGO

1 Regulierung und Mathematik

2 Leakage

3 Leakage in der Asset Modellierung

4 EIOPA-Kurve und Marktkonsistenz

5 Kapitalanlagekosten

Marktkonsistente Zinsmodelle

ERGO

Marktkonsistente Zinsmodelle werden in zwei Schritten kalibriert

1. Preise von risikofreien Zinsinstrumenten (Anleihen oder Swaps) bestimmen die risikofreie Zinskurve
2. Preise von Zinsderivaten *auf diese risikofreien Zinsinstrumente* bestimmen die zugehörige (marktkonsistente) Volatilität des Zinsmodells

- Typischerweise (in den großen Währungsräumen) werden die Swapmärkte zur Bestimmung der risikofreien Zinsen herangezogen und entsprechend Swaptions zur Bestimmung der (Swap-) Volatilität
- So gebaute Modelle können die Marktpreise gut replizieren, sind also marktkonsistent

Zur Erinnerung Delegated Acts, Article 22.3:

"… the calibration of the parameters and scenarios is consistent with the

relevant risk-free interest rate term structure…"

Diese vorgeschriebene "risikofreie Diskontkurve" entspricht keinen gehandelten Marktpreisen, insbesondere gibt es dazu kein Marktsegment von handelbaren Derivaten / Swaptions: **es fehlen Referenzpreise für Marktkonsistenz**!

Was ist eine marktkonsistente SII-Zinsvolatilität?

ERGO

Ohne Referenz für Swaptionpreise ist unklar, was eine marktkonsistent Volatilität der EIOPA-Kurve eigentlich ist - dabei ist diese die zentrale Größe zur Bewertung der Optionen und Garantien.

Die Regulierung ist hier bestenfalls sehr vage:

BaFin Auslegungsentscheidung zu Anforderungen zur Bewertung von Kapitalmarktmodellen (2016)

> Aufgrund der Abweichungen der maßgeblichen risikolosen Zinskurve von den Swap-Zinssätzen wäre es in der Regel nicht sachgerecht, für die Kalibrierung des Zinsmodells unmittelbar den Marktpreis der betrachteten Swaptions heranzuziehen. Eine mögliche Vorgehensweise besteht darin, dass Preisinformationen in Bezug auf die betrachteten Swaptions auf die maßgebliche risikolose Zinskurve übertragen werden.

Was tut der Markt?

ERGO

DAV Hinweis „Anforderungen an einen ökonomischen Szenariengenerator“ (Neuversion 2023)

> Zinskurve auszuschließen. Vor dem Hintergrund, dass marktkonsistente Bewertungen oft in einem Umfeld vorgenommen werden, wo die verwendete Startzinskurve nicht mit der reinen Marktzinskurve übereinstimmt, ist es daher angebracht, Kapitalmarktmodelle so zu kalibrieren, dass die sich darin realisierten impliziten Volatilitäten bestimmter Referenzinstrumente mit deren Marktvorgaben decken (Volatilitätsreplikation), anstelle deren Preise zu replizieren – Letztgenannte werden ggf. stark von der zum Markt abweichenden Zinskurve beeinflusst. Eine Preisreplikation in der Kalibrierung ist analog

Dies ist Marktstandard - allerdings kenne ich kein mathematisches Argument, welches dieses Vorgehen rechtfertigt…

Agenda

ERGO

1 Regulierung und Mathematik

2 Leakage

3 Leakage in der Asset Modellierung

4 EIOPA-Kurve und Marktkonsistenz

5 Kapitalanlagekosten

Gedankenspiel

ERGO

- Es gibt ein risikofreies Sparbuch mit 3% Zins
- Wir betrachten einen risikofreien Bond mit 3% Kupon
- Wir kaufen den Bond und stellen eine (green field) Bilanz auf

Ohne Kosten

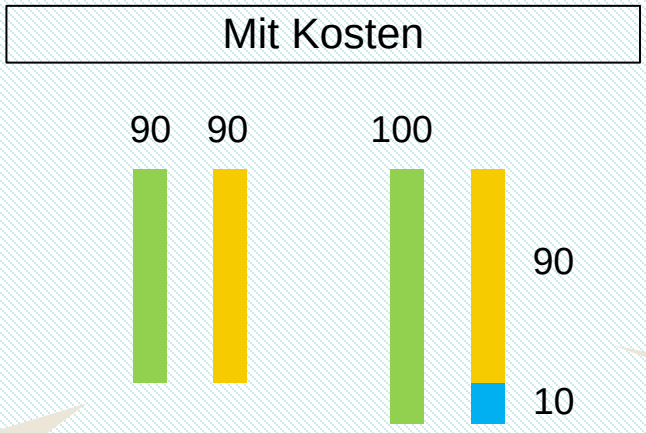
Diskussion:
Wenn der Bond *ohne* Kosten mit 100 fair bewertet ist, wieviel wären Sie bereit zu zahlen, wenn der Bond (barwertig) Kosten von 10 verursacht?

Bond mit Kapitalanlagekosten

ERGO

Das Halten des Bonds verursacht (barwertig) Kosten von 10 – für alle Marktteilnehmer

Dann sinkt der Marktpreis von 100 auf 90



Asset Preis berücksichtigt Kosten, dafür keine Kostenrückstellung

Asset Preis berücksichtigt keine Kosten, dafür Kostenrückstellung

Delegierte Verordnung 25/2015

ERGO

Artikel 31 Abschnitt 1

Bei einer zur Berechnung des besten Schätzwerts verwendeten **Zahlungsstrom-Projektion werden alle nachstehend genannten Aufwendungen *berücksichtigt***, die mit angesetzten Versicherungs- und Rückversicherungsverpflichtungen von Versicherungs- und Rückversicherungsunternehmen zusammenhängen und in Artikel 78 Nummer 1 der Richtlinie 2009/138/EG genannt sind:

Aufwendungen für Verwaltung

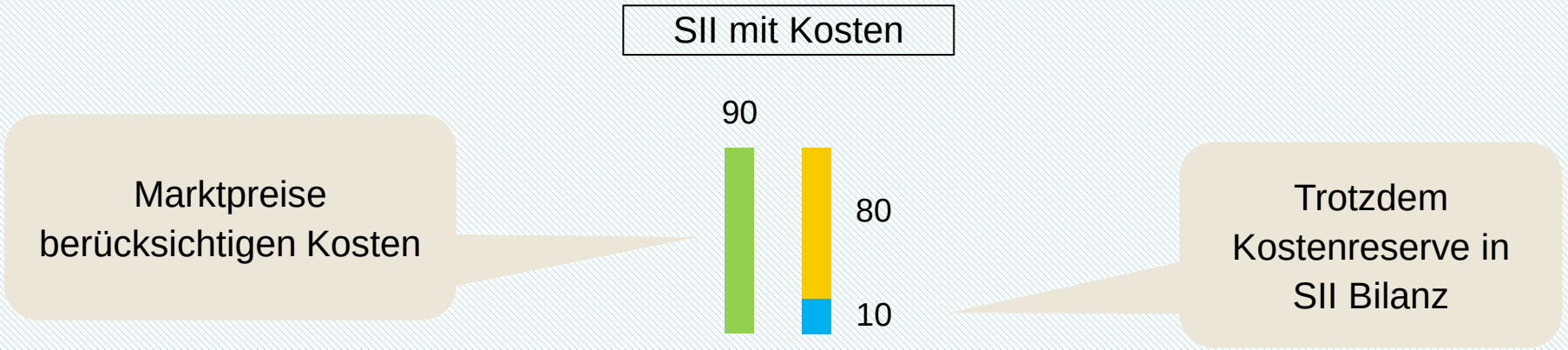
Aufwendungen für **Anlageverwaltung**

Aufwendungen für Schadensregulierung

Aufwendungen für Anschaffungen

SII mit Doppelzählung der Kosten

ERGO



Gemäß einer sehr groben Schätzung entsteht im SII-Raum eine Doppelzählung von 130 Milliarde

Besonders Investitionen mit hohen Verwaltungskosten, etwa Infrastruktur, sind dadurch unattraktiver

Agenda

ERGO

1 Regulierung und Mathematik

2 Leakage

3 Leakage in der Asset Modellierung

4 EIOPA-Kurve und Marktkonsistenz

5 Kapitalanlagekosten